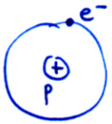
# Проводники в электрическом поле.

1. Разрушение атома во внешнем электр. поле




$r_{орб} = 0{,}5\cdot10^{-10}$ м

$$E_p(r_{орб}) = \frac{k|e|}{r_{орб}^2} = \frac{9\cdot10^{9}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{0{,}25\cdot10^{-20}} \simeq 6{,}4\cdot10^{11}\ \frac{В}{м}$$

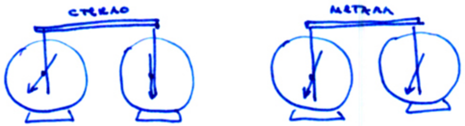
„масштаб" поля

„Слабое" поле: $E \ll E_{ат}(r_{орб})$

2. Что должен знать образованный человек о поведении проводника в электрическом поле?

<u>Утвержд. № 1</u>. Существуют проводники и изоляторы

<u>Демонстрация</u>:

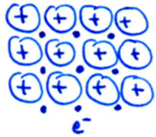



<u>Утверждение 2</u>. Незаряженное проводящее тело всегда притягивается к заряду.

<u>Демонстрация</u>: притяжение мет. гильзы к заряж. шару


объяснение: электростатическая индукция...

модель металлического проводника:

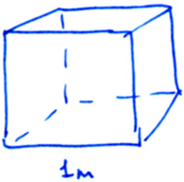


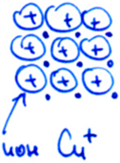

ионная кристалл. решётка погружена в „газ" из электронов

Электроны легки и подвижны
ионы тяжелы и не могут перемещаться.

Электростатическая индукция || – индуцированное электростатическим полем распределение зарядов в проводнике (точнее – перераспределение).

пример. Оценить число свободных электронов в $1\,м^3$ медного проводника



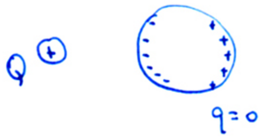

на один ион – один св. электрон

$$n_e = n_i$$

$$N_e = n_e \cdot V = n_i V = \frac{\rho}{m_0}\cdot V$$

$$N_e \simeq \frac{7\cdot 10^3\,\frac{кг}{м^3}\cdot 6\cdot 10^{23}\,\frac{1}{моль}}{64\cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}\cdot 1} \simeq 10^{29}\ штук$$

объяснение утв. №2:




поле заряда Q вызывает перераспределение зарядов в нейтральном проводнике

$F \sim \frac{1}{r^2}$, поэтому

Q сильнее притягивает близкие „–",
чем отталкивает далекие „+"

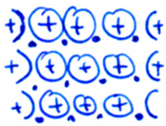
**Демонстрация**: (электризация влиянием)


$Q_- + Q_+ = 0$

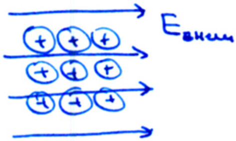
**Утверждение N3**: В электростатике поле внутри проводника равно нулю.

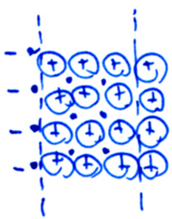
„аксиоматическое" объяснение: если бы $E_{in} \neq 0$, то имеющиеся там свободные заряды пришли бы в движение и это не была бы статика.

„Естественное" объяснение ($E_{in} = 0$ как финал динамики своб. зарядов):



наложим внеш. поле



- все электроны делают „шаг влево" ($\vec{F} = -|e|\vec{E}$!)
- на поверхности слева образуется избыток отриц. заряда; справа – положительного
- возникает встречное поле $\vec{E}_{ind} \uparrow\downarrow \vec{E}_{внеш}$
- когда зарядов на поверхностях становится столько, что $\vec{E}_{ind} = -\vec{E}_{внеш}$, сила действ-я на электроны внутри становится нулём, движение прекращается, $\vec{E}_{пр} = \vec{E}_{ind} + \vec{E}_{вн} = 0$

Утверждение N 4 В электростатике объемная плотность зарядов внутри проводника равна нулю:

$$\rho_{in} = \frac{\Delta q}{\Delta V} = 0$$

Демонстрация: отклонение / неотклонение стрелки электроскопа при приближ. заряж. предмета


поле внутри шара равно нулю, объёмных зарядов нет

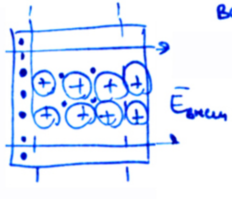
Объяснение (формальное): в силу утверждения N3 $\vec{E}_{in} = 0$ в статическом случае.


По теореме Гаусса

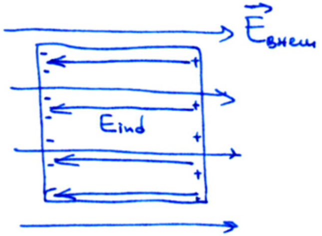
$\rho_{in} = 0$,

т.к. поток через любую замкнутую поверхность внутри проводника $= 0$

Естественное объяснение: после того, как электроны во внешнем поле сделали „шаг влево" и возникшее встречное поле скомпенсировало внешнее, внутри проводника на каждый ион по-прежнему приходится столько же своб. электронов, что и ранее, $\Rightarrow \rho_+ = \rho_-$, $\Rightarrow \rho_i = 0$



**оценка** медный куб ($1 м^3$) помещают во внешнее поле $E_{внеш} = 10^6$ В/м. Число электронов, „оказавшихся на поверхности" ?



$$\vec{E}_{внеш} + \vec{E}_{ind} = 0, \Rightarrow$$

$$E_{ind} = E_{внеш}, \text{ но}$$

$$E_{ind} = 2\frac{\sigma_-}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_-}{\varepsilon_0} = \frac{|e| N_e}{\varepsilon_0 S}$$

$$N_e = \frac{\varepsilon_0 E_{ind} S}{|e|} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6 \cdot 1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \approx 10^{13} \text{ шт.}$$

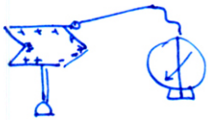
$$\Big( \ll \underset{10^{29}}{N_{св.эл}} ! \Big)$$

**утверждение 5.** Избыточные и индуцированные заряды могут располагаться только на пов-ти проводника (в электроСТАТ. случае)

**объяснение**: т.к. $E_{in}^{стат} = 0, \Rightarrow \rho_{in} = 0$, остается только поверхность

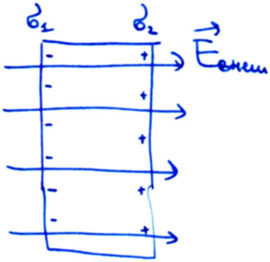
**утверждение 6.** В электростатике поверхность проводника эквипотенциальна.

**Демонстрация**: изменение потенциала заряж. предмета электрометром



**объяснение**: если бы $\Delta\varphi \neq 0$, заряды двигались бы вдоль поверхности

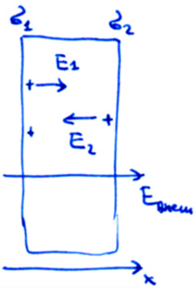
## Опорная задача № 1. Незаряж. метал. пластина во внешнем однородном поле




$$\sigma_1, \sigma_2 - ?$$

---

Будем предполагать $\sigma_1, \sigma_2 > 0$ для расчётов, а если получится $\sigma_i < 0$, ... то так тому и быть.




• Поле внутри проводника

$$E_x^{in} = E_{внеш} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0$$

• Сохранение заряда:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 0$$

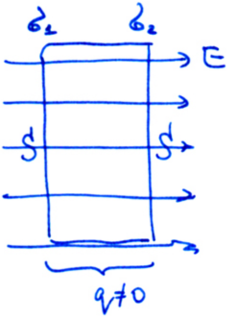
$$\begin{cases} E_{внеш} + \dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0 \\ \sigma_1 = -\sigma_2 \end{cases}, \Rightarrow$$

$$E_{вн} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = 0$$

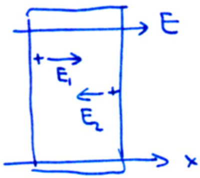
$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_1 &= -\varepsilon_0 E_{внеш} < 0 \\ \sigma_2 &= -\sigma_1 = +\varepsilon_0 E_{внеш} > 0 \end{aligned}}$$

Опорная задача № 2. Заряж. пластина во внешнем однородном поле (без учета краев. эф-в)

$q,\ S_{бок} = S,\ E_{внеш} = E;\ \sigma_1, \sigma_2 - ?$




Будем считать $\sigma_{1,2} > 0$, а если получится иначе... что ж.




• Поле внутри проводника = 0

$$E_x = E + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0$$

• Сохранение заряда

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{q}{S}, \quad \Rightarrow \quad \sigma_2 = \frac{q}{S} - \sigma_1$$

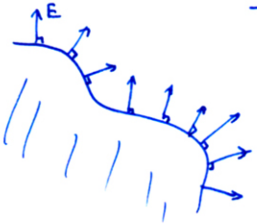
$$E + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{1}{2\varepsilon_0}\left(\frac{q}{S} - \sigma_1\right) = 0$$

$$E + \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} - \frac{q}{2\varepsilon_0 S} = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_1 &= \varepsilon_0\left(\frac{q}{2\varepsilon_0 S} - E\right) = \frac{q}{2S} - \varepsilon_0 E \\ \sigma_2 &= \frac{q}{2S} + \varepsilon_0 E \end{aligned}}$$

$q = 0 \longrightarrow$ к рез-м опорн. задачи №1

Утверждение 7. Линии электростатического поля вблизи поверхности проводника м.б. только $\perp$ поверхности

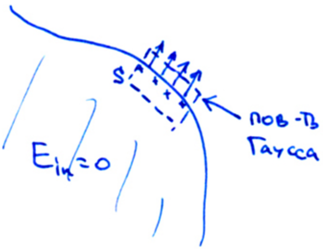



Объяснение. т.к. $\varphi_{пов} = const$ (эквипотенц. пов-ть), а линии поля всегда $\perp$ эквипот. поверхности

Утверждение 8. Если $\sigma_{пов} \neq 0$ на проводнике, то вблизи поверхности локальное электр. поле имеет напряженность

$$\boxed{E = \frac{\sigma_{пов}}{\varepsilon_0}}$$

Док-во




Локально поле однородно, $\Rightarrow$

$$\Phi_S = E \cdot S + 0 + 0 + 0$$

По теореме Гаусса

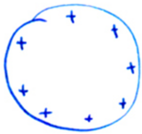
$$E \cdot S = \frac{\sigma_{пов} S}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma_{пов}}{\varepsilon_0}}$$

(ср. с ф-й $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ !)

Утверждение 9. Max поверхностная плотность заряда — — на острых краях

Правдоподобные рассуждения: на сфере: заряды отталкиваются и распределяются max далеко друг от друга, т.е. равномерно

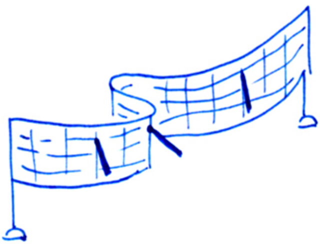


деформация:

поверх. плотность будет max на удалённых выступающих частях с малым радиусом кривизны.

„применения": громоотводы, „огни св. Эльма" и пр.

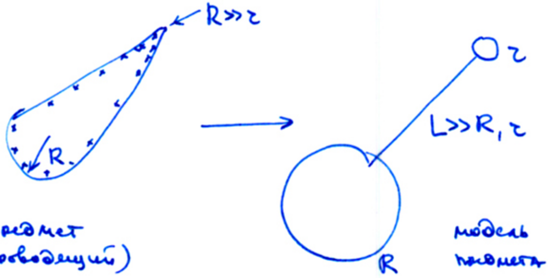
Демонстрация: заряженная метал. сетка



листочки отклоняются больше там, где плотность заряда больше — — на сильно изогнутых участках

Модельный расчет

для утв. 9




идея а) $\varphi = const$ $\forall$ точке конструкции

б) в силу удаленности распределение зарядов на сферах почти независимы и симметричны

тогда:

$$\varphi_r \approx \frac{kq}{r} + \frac{kQ}{L}\Bigg|_{L>>r,R} \approx \frac{kq}{r}$$

$$\varphi_R \approx \frac{kQ}{R} + \frac{kq}{L}\Bigg|_{L>>r,R} \simeq \frac{kQ}{R}$$

проводник, $\Rightarrow$ $\varphi_R = \varphi_r$ , $\Rightarrow$ $\frac{kq}{r} = \frac{kQ}{R}$ , $\Rightarrow$

$$\boxed{\frac{q}{r} = \frac{Q}{R}}$$ — на большом шаре — больший заряд.

Но! $$\frac{\sigma_r}{\sigma_R} = \frac{\frac{q}{4\pi r^2}}{\frac{Q}{4\pi R^2}} = \left(\frac{q}{Q}\right)\left(\frac{R}{r}\right)^2 = \frac{R}{r}$$ , т.е

$$\boxed{\frac{\sigma_r}{\sigma_R} = \frac{R}{r}}$$ — на большом шаре — меньшая плотность заряда