11 класс

Основные следствия из постулатов теории относит.

① Постулаты

② Для измерения времени необходим эталон (реальный физический период. процесс)

никакого абсолютного времени не существует.

и в этом смысле очень хорошо, что во всех системах отсчёта все физич. явления происходят одинаково

Одновременность двух событий

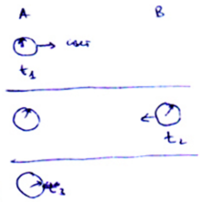
- в одной точке ясно
- в разных точках ?

класс. физика

перенос в т. B не меняет хода времени

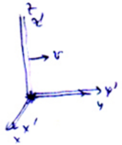
Newton: „время течет одинаково, безотносит. к чему-то внешнему"

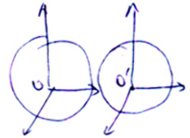
Теория относ



$t_2 = \frac{t_1+t_3}{2}$ ← если это так, часы синхронизованы

③ Преобразования Лоренца





$x^2+y^2+z^2=c^2t^2$

$x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$

$(x,y,z,t)\xrightarrow{?}(x',y',z',t')$

Преобр. Галилея не подходят

$\boxed{2}$ Преобр. Л.Б. линейны

$$x' = \alpha_1 x + \beta_1 t$$
$$y' = \alpha_2 y + \beta_2 t$$
$$z' = \alpha_2 z + \beta_2 t$$
$$t' = \alpha_3 x + \beta^3 t$$

т.к. $z, y \perp \vec{v}$, $\alpha_{2y} = \alpha_{2z}$, $\beta_{2y} = \beta_{2z}$

Для O': $x_{O'}' = y_{O'}' = z_{O'}' = 0$, $x_{O'} = vt$, $y_{O'} = z_{O'} = 0$ $\Rightarrow$ $\alpha_1 V t + \beta_1 t = 0$, $\beta_2 t = 0$, $\beta_1 = -\alpha_1 V$, $\beta_2 = 0$

Для O: $x_O = y_O = z_O = 0$, $x_O' = -Vt'$, $y_O' = z_O' = 0$ $\Rightarrow$ $\beta_3 = -\beta_1/v = \alpha_1$

Т.о.

$$x' = \alpha_1(x - Vt)$$
$$y' = \alpha_2 y$$
$$z' = \alpha_2 z$$
$$t' = \alpha_3 x + \alpha_1 t$$

$\rightarrow$ $\sum_{i=1}^{3} x_i^2 - c^2 t^2 = \sum_{i=1}^{3} x_i'^2 - c^2 t'^2$

$\downarrow$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \alpha_2 = 1$$

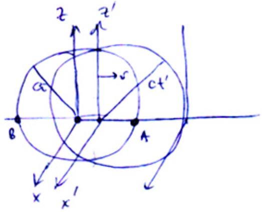
отбросив нефизичные α_1, α_2

$$\alpha_3 = -\frac{v}{c^2}\alpha_1 = -\frac{v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y &= y' \\ z' &= z \\ t &= \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned}$$

Очев-но: $v/c \ll 1 \rightarrow$ преобр. Галилея

④ Относительность одновременности



В $(xyzt)$:

вспыш. светом т. А и т. В одновременно

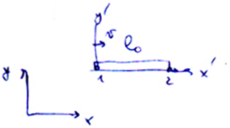
$$\begin{cases} t_A = t_B & (x_B = -x_A). \\ t_A - t_B = 0. \end{cases}$$

В $(x'y'z't')$

$$t'_A - t'_B = \frac{t_A - \frac{vx_A}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{t_B - \frac{vx_B}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{2vx_B}{\sqrt{1-v^2/c^2}} < 0.$$

Важно! в любой инерц. системе отсчёта событие следствие всегда произ. позже чем событие - причина

⑤ Лоренцево сокращение длины



$$l_0 = x'_2(t') - x'_1(t')$$

$$l = x_2(t) - x_1(t)$$

$$x_2 = \frac{x'_2 + vt'_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$x_1 = \frac{x'_1 + v t'_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1 + vt'_2 - vt'_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$l = \frac{l_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$\longrightarrow$ на об.

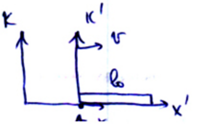
④б Относ. промежутков времени

t_A, t_B - промежутки времени между 2 соб. в сист. А (собств. время) в одной точке $x_B = x_A$

$$t'_B - t'_A = \frac{t_B - \frac{vx_B}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{t_A - \frac{vx_A}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{t_B - t_A}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

⑤ сокращение ~~промеж. времени~~ длины.



$$l_0 = x_2'(t') - x_1'(t') = x_2' - x_1'$$

Измерим длину стержня в системе K.

$$l_0 = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{l}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

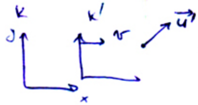
$t = t_2 = t_1$, т.к. надо измерить в один момент времени

$$\boxed{l = l_0\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Длина движ. стержня, измеренная в ИСО, меньше, чем собственная длина!

NB: При фотографировании из ИСО длина покаж. той же (из-за хода свет. лучей) - Абрегам.

6 З-н сложения скоростей



$$\vec{u}' = \left\{ \frac{\Delta x'}{\Delta t'}, \frac{\Delta y'}{\Delta t'}, \frac{\Delta z'}{\Delta t'} \right\} = \{\dot{x}', \dot{y}', \dot{z}'\}_{t'}$$

$$\vec{u} = \left\{ \frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t} \right\} = \{\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}\}_{t}$$

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\Delta y = \Delta y'$$

$$\Delta z = \Delta z'$$

$$\Delta t^* = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$u'_{x'} = \dot{x}'_{t'} = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\cdot\frac{dt}{dt'} = \frac{u_x - v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \cdot \left(\frac{1+\frac{v u'_x}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)$$

$$u'_{x'} = \frac{(u_x - v)\left(1+\frac{v u'_x}{c^2}\right)}{1-v^2/c^2}$$

$$u'_x - \cancel{\frac{u'_x v^2}{c^2}} = u_x - v + u_x \frac{v u'_x}{c^2} - \cancel{\frac{v^2 u'_x}{c^2}}$$

$$\boxed{u_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}{\frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}} = \frac{u'_x + v}{1+\frac{v u'_x}{c^2}}}$$

$$\boxed{u_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\Delta y'}{\frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}} = \frac{u'_y\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+\frac{v u'_x}{c^2}}}$$

$$\boxed{u_z = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{u'_z\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+\frac{v u_x}{c^2}}}$$

$$\boxed{u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}}$$

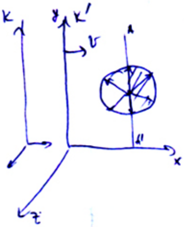
, аналогично [illegible]

$$(u')^2 = c^2\left[1 - \frac{(1-u^2/c^2)(1-v^2/c^2)}{\left(1-\frac{v u_x}{c^2}\right)^2}\right]$$

$$u^2 = c^2\left[1 - \frac{(1-(u')^2/c^2)(1-v^2/c^2)}{\left(1+\frac{v u'_x}{c^2}\right)^2}\right]$$

сто-1	2012: сто-2
14.1.11	2.1.?
2.1	14.17
2	16
3	20
7	21
17	27
10	

7) Аберрация света — ист. покоится в K'



ур-ие скорости луча AA' в сист. K':

$$\vec{u}' = \{0, c, 0\}.$$

В системе K:

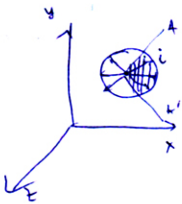
$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} = v$$

$$u_y = \frac{u'_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} = \frac{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1}$$

$$u_z = \frac{u'_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} = 0.$$

(Ест-но, $\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = c$.)

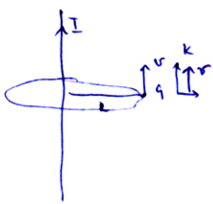
Поэтому в сист. K, лучи, идущие вправо излучаются в конус с углом раствора θ:



$$\boxed{\cos\delta = \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} = \frac{v}{c}}$$

$$\cos\delta_i = \frac{u_x + v}{\sqrt{\frac{u_y^2(1 - v^2/c^2)}{\left(1 + \frac{u_x v}{c^2}\right)^2} + \frac{(u_x + v)^2}{\left(1 + \frac{u_x v}{c^2}\right)}}}$$

8) Релятивист. х-р магнитного вз-ия



$$\vec{F}_л = q[\vec{v} \times \vec{B}] = qv\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

(в ЛСО).

В СО заряда: $\vec{F}_л = 0$?

Но разница притяжения — отталкивания — объективна

(не з-т от СО)

$$j = \frac{I}{S} = e n_0 v$$

В сист. K проводник электр. нейтрален: лин. пл-ть зарядов $\tau_+ = -\tau_- = \tau_0$

$$\tau_0 = \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{e n_0 S \Delta l}{\Delta l} = e n_0 S = \frac{I}{v}$$

В сист. K'

$$v_e' = \frac{v_{e_x} - v}{1 - \frac{v_{e_x} v}{c^2}} = -\frac{v_e + v}{1 + \frac{v v_e}{c^2}}$$

$$v_i' = \frac{v_i - v}{1 - \frac{v v_i}{c^2}} = v_i \quad , \quad \rightarrow \quad v_i' \neq v_e$$

12.11.2004
Д.З.
Б-З: § 2,3
14.2.13
14.2.10
14.2.12
14.1.15
14.1.17
14.1.22
14.1.24

+ Аберрация света (слева) - ?

Вспомним лоренц. сокращение

$$\tau_+' = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v_i'^2/c^2}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\tau_-' = \frac{\tau_-^{(e)}}{\sqrt{1 - v_e'^2/c^2}} = \frac{-\tau_0\sqrt{1 - v^2/c^2}}{\sqrt{1 - v_e'^2/c^2}}$$

$$\tau_+' + \tau_-' = \tau_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{\sqrt{1 - \frac{(v + v_e)^2 c^2}{(1 + v v_e/c^2)^2}}} \right] \approx \cancel{\tau_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right)}$$

$\downarrow \frac{v}{c} \ll 1$

$$= \dots \quad -IV/c^2$$

$$F' = qE' = q\frac{\tau'}{2\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\mu_0 \, qIV}{2\pi R} \, .$$

Т.е. магнетизм - релят. эффект (да еще в первом приобл. по $\frac{v}{c}$)

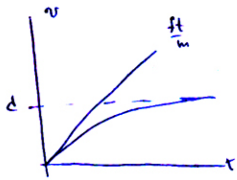
$$\boxed{\begin{array}{c|c|c} E_{x'}' = E_x & E_{y'}' = \dfrac{E_y - vB_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & E_{z'}' = \dfrac{E_z + vB_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ B_{x'}' = B_x & B_{y'}' = \dfrac{B_y + vE_z/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & B_{z'}' = \dfrac{B_z - vE_y/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{array}}$$

8 Релятивистская динамика.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}\,, \qquad \vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

а) $\vec{f} \uparrow\uparrow \vec{v}$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = f$$



$$\frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = ft$$

$$m^2v^2 = f^2t^2(1-v^2/c^2)$$

$$\boxed{v(t) = \frac{ft}{m}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{f^2t^2}{m^2c^2}}}}$$

б) $\vec{f} \perp \vec{v}$ ($v = \mathrm{const}$)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \vec{f}$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt}}_{\vec{a}} = \vec{f}$$

вращение:

$$\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{v^2}{R} = f\,, \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{mv^2}{f\sqrt{1-v^2/c^2}}}$$

напр. вращ. эл-на в мп.

Теорема о кинет. энергии

а) классич.

$$A = \vec{F}\,d\vec{r} = \vec{F}\vec{v}\,dt = \Delta W_{кин}$$

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v})\,\vec{v}\,dt = dW_{кин}$$

$$\cancel{d\left(\frac{m v^2}{2}\right) = dW_{кин}}$$

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}\vec{v}\,dt = dW_{кин}$$

$$m\vec{v}\,d\vec{v} = dW_{кин}$$

$$\int m\,d\left(\frac{\vec{v}^2}{2}\right) = \int dW_{кин}$$

$$m\left(\frac{v^2}{2}\right) - m\left(\frac{v_0^2}{2}\right) = \Delta W_{кин}$$

$$\boxed{W_{кин} = \frac{mv^2}{2}}$$

релятивистски.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)\cdot\vec{v}\cdot dt = dW_{кин}$$

$$\cancel{\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{d\vec{v}}{dt}\vec{v}\,dt + \vec{v}^2\,dt\, m\frac{(-2v/c^2)}{2(1-v^2/c^2)^{3/2}}\frac{dv}{dt} = dW_{кин}}$$

$$\frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right)\vec{v}\,dt = dW_к$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v}\,dt + m\vec{v}\left(-\frac{1}{2}\frac{\left(-\frac{2v}{c^2}\right)}{(1-v^2/c^2)^{3/2}}\frac{dv}{dt}\right)\vec{v}\,dt = dW_к$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{v}\,d\vec{v} + \frac{m\vec{v}^2\,v\,dv}{c^2}\frac{1}{(1-v^2/c^2)^{3/2}} = dW_{кин}$$

$$\vec{v}\,d\vec{v} = v\,dv \quad \left[\begin{array}{l}\vec{v}^2(t) = v^2(t)\\ 2\vec{v}\,d\vec{v} = 2v\,dv\end{array}\right]$$

$$\frac{mv\,dv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left[1 + \frac{v^2/c^2}{1-v^2/c^2}\right] = \frac{mv\,dv}{(1-v^2/c^2)^{3/2}} = c^2 d\left[\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right]$$

Интегрируя

$$dW_{кин} = c^2 d\left[\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right]$$

$$W_к - W_{к0} = \int_0^{v} c^2\, d\left[\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right] = mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right].$$

$$\boxed{W_{кин} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2}$$

переход к классике:

$$W_{кин} \simeq mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right] = mc^2\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \ldots - 1\right] = \frac{mv^2}{2} + \ldots$$

10

$$E_{кин} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2$$

Эйнштейн показал, что это соотн. можно интерп. как разность энергии тела в сост. покоя ($v=0$) и в сост. движения, т.е. что даже тело обладает энергией

$$\boxed{E_0 = mc^2}$$

$$E_{полн} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = E_0 + E_{кин}.$$

Даже „бесструктурная"
частица обладает энергией, которую можно преобразовать в др. формы

Пример: аннигиляция электр. + позитрона

E_0 уменьшается с выделением внутренней энергии

Пример: неупруг. столкнов. двух шаров (слипаются), $\vec{v}$ и $-\vec{v}$

$$\begin{cases} \vec{p} = \dfrac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \dfrac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 0. \\ \dfrac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \dfrac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2E_0 \text{ (энергия покоя 1-го т.)} \end{cases}$$

$\vec{v}$ m $-\vec{v}$ m

$$E_0 = \frac{2mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad M = \frac{E_0}{c^2} = \frac{2m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} > 2m.$$

т.е. масса не сохраняется, а может меняться с увеличением внутренней энергии

Энергия покоя ТТ $\neq \sum E_{0i}$ взаим. частиц,

т.к. для разделения на сост. надо сообщить доб. энергию (энерг. связи $W_{св}$)

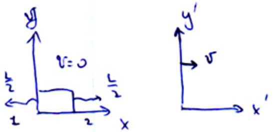
(сов-ть работу против сил сцепл.)

$$\sum m_i c^2 = W_0 + A$$

$$W_0 = \sum m_i c^2 - \Delta W_{св}.$$

$$\Rightarrow \qquad M - \sum m_i c^2 = -\frac{\Delta W_{св}}{c^2} < 0.$$

Вывод ф-лы Эйнштейна для $E_0 = mc^2$.



покоящ. тело с энергией E_0 в этой системе
испускает два
фотона с энергией $\frac{L}{2}$ каждый.

в сист. отсчета (x', y') тело имеет кинет. энергию E_k',
а фотоны имеют энергию

$$W_1' = \left.\frac{W_1 - v p_{1x}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right|_{p_{1x} = -\frac{W}{c}} = \frac{W_1 + v\frac{W_1}{c}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = W_1 \frac{\left(1 + \frac{v}{c}\right)}{\sqrt{\left(1 - \frac{v}{c}\right)\left(1 + \frac{v}{c}\right)}}$$

$$W_2' = \left.\frac{W_2 - v p_{2x}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right|_{p_{2x} = \frac{W_2}{c}} = W_2 \frac{\cancel{W_2} - v\frac{\cancel{W_2}}{c}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = W_2 \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{\sqrt{\left(1 - \frac{v}{c}\right)\left(1 + \frac{v}{c}\right)}}$$

(а д.б. $L(\gamma - 1)$)

$$W_1' + W_2' = \left.\frac{W_1\left(1 + \frac{v}{c}\right) + W_2\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{\sqrt{\left(1 - \frac{v}{c}\right)\left(1 + \frac{v}{c}\right)}}\right|_{W_1 = W_2 = \frac{L}{2}} = \frac{L}{2} \frac{2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

12

В K'-системе кинет. энергия тела не меняется,

~~что общая энергия~~

$$\Delta W' = L\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right)$$

Энергия кинет. тела до излучения в сист. K'

$$E'_{k_1} = \left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2\right)$$

после излучения

$$E'_{k_2} = \left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2\right)$$

Если приравнять разность кин. энергий и энергию излучения,

$E'_{k_1} - E'_{k_2} = \Delta W'$, то это равенство можно выполнить, только предположив, что масса тела изменилась: $m_1 \neq m_2$. $(v_1 = v_2)$

$$\frac{m_2 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_2 c^2 - \frac{m_1 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + m_1 c^2 = \frac{L}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - L$$

$$\frac{\Delta m c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \Delta m c^2 = \frac{L}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - L, \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta m = \frac{L}{c^2}}$$

*) Почему это не сделать в K-системе? Там сразу

$$\boxed{m_2 c^2 - m_1 c^2 = L}$$

И почему разность кинет. энергий?

О массе. [13]

УФН, т 158, вып. 3, с. 511 (1989)
Л.Б. Окунь
"Понятие массы".

$$\vec f = \frac{d\vec p}{dt}, \quad \vec p = \frac{m\vec v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\vec a = \frac{d\vec v}{dt}$$

$$\frac{d\vec p}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\cdot\frac{d\vec v}{dt} + \frac{m\vec v}{2\left(1-v^2/c^2\right)^3}\cdot\left(+\frac{2v}{c^2}\right)\frac{dv}{dt}$$

$v\,dv = \vec v\,d\vec v$

$$\frac{d\vec p}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec a + \frac{m\vec v}{\left(1-v^2/c^2\right)^3}\left(\frac{\vec v}{c^2}\frac{d\vec v}{dt}\right)$$

$\vec a(\vec b\vec c) \neq (\vec a\vec b)\vec c$!!

$$\frac{d\vec p}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec a + \frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}\frac{\vec v}{c}\left(\frac{\vec v}{c}\frac{d\vec v}{dt}\right)$$

$$\vec\beta = \frac{\vec v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\left(\frac{d\vec p}{dt} = m\gamma\vec a + m\gamma^3\vec\beta(\vec\beta\vec a)\right)$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec a + \frac{m}{\left(\sqrt{1-v^2/c^2}\right)^3}\frac{\vec v}{c}\left(\frac{\vec v}{c}\vec a\right) = \vec f \quad \Big|\cdot\vec v$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}(\vec a\vec v) + \frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}\frac{\vec v}{c}\left(\frac{\vec v}{c}\vec a\right)\vec v = \vec f\vec v$$

$$(\vec a\vec v)\underbrace{\left[\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}\frac{v^2}{c^2}\right]}_{m\frac{1-\frac{v^2}{c^2}+\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}} = \frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}} = \vec f\vec v$$

$$(\vec a\vec v) = \frac{(\vec f\vec v)}{m}\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}$$

$\Longrightarrow$ см. об.

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{a} + \frac{m}{(1-v^2/c^2)^{3/2}}\frac{\vec{v}}{c^2}(\vec{a}\vec{v}) = \vec{f}$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{a} + \frac{\cancel{m}}{\cancel{(1-v^2/c^2)^{3/2}}}\frac{\vec{v}}{c^2}\cdot\frac{\vec{f}\vec{v}\,(1-v^2/c^2)^{3/2}}{\cancel{m}} = \vec{f}$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{a} = \vec{f} - \frac{(\vec{f}\vec{v})\vec{v}}{c^2}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{m}\left(\vec{f} - \frac{(\vec{f}\vec{v})\vec{v}}{c^2}\right).}$$

а) $\vec{f} \perp \vec{v}$

$$\vec{a} = \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{m}\vec{f}$$

б) $\vec{f} \parallel \vec{v}$

$$\vec{a} = \frac{\left(\sqrt{1-v^2/c^2}\right)^3}{m}\vec{f}$$

т.о, если определять как „инертную массу" отношение $\vec{f}$ к $\vec{a}$, то эта величина будет зависеть от взаимного направления силы и скорости и однозначно её определить нельзя.

Получается „продольная" масса

$$m_\parallel = \frac{m}{(1-v^2/c^2)^{3/2}}$$

и „поперечная"

$$m_\perp = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

(Лоренц, 1899)

Но в этом нет никакой необходимости. „Теория относительности проста и прекрасна, а её изложение на языке двух масс запутано и безобразно".

З-н сохранения импульса

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_{внеш_i} dt + \vec{F}_{ij} dt$$

$$\sum_i d\vec{p}_i = \underbrace{\sum_i \vec{F}_{внеш_i}}_{0\ (замкн)} dt + \underbrace{\sum_i \vec{F}_{ij} dt}_{\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}}$$

$$\sum_i d\vec{p}_i = 0$$

$$\boxed{\sum_i \vec{p}_i' = \sum_i \vec{p}_i}$$, т.е.

$$\boxed{\sum_i \frac{m\vec{v}_i}{\sqrt{1-v_i^2/c^2}} = const}$$ тоже замкн. систем

Верно и в класс. и в СТО.

Две замкн. выражения

а) $W_{кин} = \left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2\right)$

$W_0 = mc^2$

$W_{полн} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow W_{полн}^2 = \frac{m^2c^4 + m^2v^2c^2 - m^2v^2c^2}{1-v^2/c^2} = \frac{m^2c^4(1-v^2/c^2) + m^2v^2c^2}{1-v^2/c^2} = m^2c^4 + p^2c^2$

$$\boxed{W_{полн}^2 = p^2c^2 + m^2c^4}$$

б) $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{mc^2\vec{v}}{c^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\vec{v}\,W_{полн}}{c^2}$

$$\boxed{\vec{p} = \frac{\vec{v}\,W_{полн}}{c^2}}$$

В столкновениях:

а) импульс сохр. $\boxed{\sum \vec{p}_i = const}$

б) полная энергия сохр-ся

$$\boxed{\sum_i W_{i\,полн} = const}$$